

論 文

経済取引の「ムカデ・ゲーム」による 表現と不完備情報

大 松 寛

はじめに

本稿では、展開型で表現されたゲームにおいて、他プレイヤーの実現利得についての予想がプレイヤーの意思決定に及ぼす影響を考察する。具体的にはムカデ・ゲームにおいて、利得についての不完備情報ゲームを考える。

とりわけ、このムカデ・ゲームでは、ゲームの最終手番のプレイヤーまでゲームが到達して特定の戦略を選択することで、全プレイヤーの利得が増加する可能性をもつ。情報の不完備性の下では、全プレイヤーの利得が増加するというシグナルを観察したとしても、自身以降の途中の手番のプレイヤーがそれに反するシグナルを観察して、最終手番までの経路を中断させる可能性を各プレイヤーが認識する。そのため、自身以降の手番のプレイヤーの利得に関する予想が各プレイヤーの選択に影響を及ぼすことになる。

本稿の構成は以下になる。第1節ではモデルの基本的な設定を述べ、基礎になるゲームが持ついくつかの性質を確認する。第2節では、不完備情報ゲームとしてとらえられた利害状況における各プレイヤーの意思決定を詳述する。第3節で関連研究について説明し、第4節で本稿での結論と今後の課題を述べる。

1. モ デ ル

本節ではモデルの基本となるゲームを説明する。

1.1 ムカデ・ゲームの詳細

2人のプレイヤー $i=1, 2$ がプレイするゲームは「ムカデ・ゲーム」になりうるゲームになっており、プレイヤー名の順に手番が来る。各手番では、最終手

番のプレイヤーを除いて、その手番のプレイヤーが自分の手番でゲーム全体を「終了させる (nc_i)」か、「継続させる (c_i)」かを決定する。

継続する場合の各プレイヤーの利得は、最終手番の手番のプレイヤーが「ゲーム全体を継続する」を選ぶとき、規定の全体利得から配分される個別利得とする。他方、いずれかの手番で、そのプレイヤーがゲーム全体を終了させる場合、その手番でゲームを終了させるプレイヤー以外の利得は一つ前の手番で終了するときより小さくなる一方で、終了させるプレイヤーは規定の利得を受け取る。(図1参照。)

ゲーム全体を終了させるか継続させるかを意思決定するにあたり、各プレイヤーは、自身のシグナル x_i を参考にゲームが最終手番でも「継続される」ときの自身の利得を推計し、その手番で最適な選択をおこなう。

一般にムカデ・ゲームでは、最終手番まで「継続」が選択されれば、最終手番で選択をおこなうプレイヤー以外の利得は逓増する。一方で、最終手番のプレイヤーは最終手番で「継続しない」に該当する選択をおこなうことが最適であるため、最終手番のプレイヤーは「継続（最終手番なので実際にはこちらを選んでゲームは終了する。）」を選択することがない。そのことを織り込んで、一つ手前の手番のプレイヤーが同じ利害から「終了」を選択する。これがさらに一つ手前の手番のプレイヤーの選択に影響するので、ドミノ倒しに一つ手前の手番のプレイヤーに「終了」という選択が伝播していく。この結果、最初の手番のプレイヤーで「終了」が選択されてしまうのが、ムカデ・ゲームでの戦略選択の典型的なパターンである。

手番が進行するにつれ利得が逓増することを条件Aとし、最終手番のプレイヤーについては「終了」に対応する選択が最適になることを条件Bとしよう。

図1のゲームの例で示すと、

$$(A1) \Delta G \leq s_1 \Delta Y$$

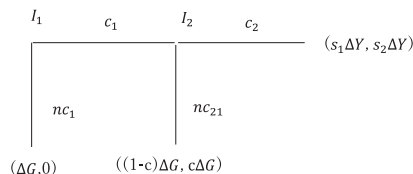


図1 ムカデ・ゲームの例

$$(NB1) \quad c \Delta G \geq_{s_2} \Delta Y$$

となる。いま、 $s_1 + s_2 = 1$ とし、 $C \equiv \frac{\Delta Y}{\Delta G}$ とおくと、これらの条件は、

$$(A1') \quad 1 \leq_{s_1} C$$

$$(NB1') \quad c \geq (1 - s_1)C$$

となる。

これらの条件A、Bが成立するとき、最初の手番のプレイヤーは、最終手番まで「継続」が選択されれば利得が逡増するにもかかわらず、次の手番（この例での最終手番）でのプレイヤーが「終了」を選択することを見越して（ $(1 - c) \Delta G \leq \Delta G$ より）自身の手番で「終了」を選択する、ムカデ・ゲームに典型的な戦略選択がなされることになる。

1.2 シグナルの観察

前節の図1のゲームで、プレイヤー $i=1, 2$ は他者の分配パラメータについてはもちろん、自身の分配パラメータ s_i についても正確には知らないものとしよう。（不完備情報）その一方で、各プレイヤーはシグナル x_i を観察し、それに基づいて自身の利得を推測し、割り当てられた手番で意思決定をおこなう。観察するシグナル x_i は規定の確率分布 F_i に従い、観される値には誤差 ε_i が $x_i = s_i + \varepsilon_i$ の形で含まれる。誤差 ε_i の分布 G_i は規定であり、パラメータ $d > 0$ について $\varepsilon_i \in [-d, d]$ とする。自身の分配パラメータ s_i を推定することは、 $s_{-i} = \sum_{j \neq i} s_j = 1 - s_i$ を推定することに等しい。

1.3 情報完備ゲームの部分ゲーム完全均衡

本節では、互いの利得に関する情報が完備であるときのゲームで部分ゲーム完全均衡を導出し、以下の考察でのベンチ・マークとする。

〈 I_2 でのプレイヤー2の選択〉

$$(B1) \quad \Delta G \leq_{s_2} \Delta Y, \text{ つまり, } (B1') c \leq (1 - s_1)C$$

のとき、「 c_2 」を選択する。

$$(NB1) \quad \Delta G >_{s_2} \Delta Y, \text{ つまり, } (NB1') c > (1 - s_1)C$$

のとき、「 nc_2 」を選択する。

〈 I_1 でのプレイヤー1の選択〉

表1 完備情報下での均衡利得

| s_2 の範囲 s_1 の範囲 | $(B1') c \leq s_2 C$ | $(NB1') c > s_2 C$ |
|------------------------|----------------------|--------------------|
| $(A1') 1 \leq s_1 C$ | $s_1 C, s_2 C$ | 1, 0 |
| $(NA1') 1 > s_1 C$ | 1, 0 | 1, 0 |

$(A1) \Delta G \leq s_1 \Delta Y$, つまり, $(A1') 1 \leq s_1 C$
 のとき, 「 c_1 」を選択する。

$(NA1) \Delta G > s_1 \Delta Y$, つまり, $(NA1') 1 > s_1 C$
 のとき, 「 nc_1 」を選択する。

まとめると, 完備情報下で互いのシグナルのパラメータ値が共有知識のとき, 部分ゲーム完全均衡による均衡利得は表1のように整理できる。

均衡での行動戦略は, 実現する利得の領域の組み合わせに応じて, 以下のよう
 に整理される。パラメータ値の領域が $(A1') - (B1')$ の組み合わせのとき,
 最終手番まで全ての手番で「継続 (c_i)」が選択される [完備情報均衡 (A)]。

$(A1') - (NB1')$ の組み合わせのとき, 最終手番 I_2 で「中止 (nc_2)」が選択され
 ることを見越して, プレイヤー1が手番 I_1 で「中止 (nc_1)」を選択し, そこで
 ゲームが終わる [完備情報均衡 (B)]。 $(NA1') - (B1')$ [完備情報均衡 (C)],
 または $(NA1') - (NB1')$ [完備情報均衡 (D)] の組み合わせのとき, 最終手
 番 I_2 での選択とは無関係にプレイヤー1が手番 I_1 で「中止 (nc_1)」を選択し, そ
 こでゲームが終わる。

2. 不完備情報下での均衡

本節では, このムカデ・ゲームの不完備情報下での均衡を考察する。

2.1 ベイズナッシュ均衡

観察されるシグナル値 x_i , と, それを基に推計される他者のシグナル値 $x_j | x_i$
 との組み合わせに応じて, 実現する均衡は様々である。例えば, プレイヤー1
 がシグナル x_1 を観察し, それを基に推計する $x_2 | x_1$ によって他者のシグナル値
 が特定の領域に入ると推定すると, プレイヤー1が「継続 (c_1)」を選んでも
 プレイヤー2が「中止 (nc_2)」を選ぶと予想されるので, そう見込んだプレイ

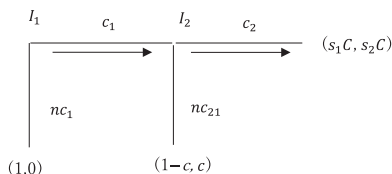


図2 完備情報均衡 (A)

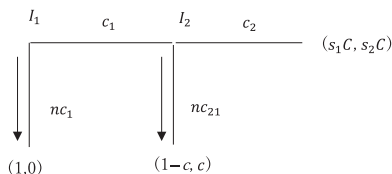


図3 完備情報均衡 (B)

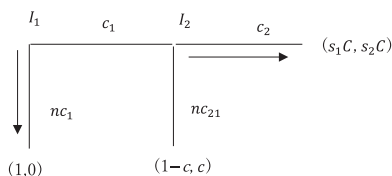


図4 完備情報均衡 (C)

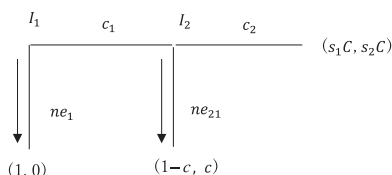


図5 完備情報均衡 (D)

ヤー1は「中止 (nc_1)」を選ばざるをえなくなる。

2.2 観察シグナルによる他者シグナルの推定

プレイヤー $i=1, 2$ は他のプレイヤー $j \neq i$ のパラメータ s_j についてと、自身の分配パラメータの実現値については正確には知らないものとする。(不完備情報) その一方で、各プレイヤーはシグナル x_i を観察し、それに基づいて自身の利得を推測し、割り当てられた手番で意思決定をおこなう。観察するシグナル x_i は

所与の確率分布 F_i に従い、観察される値には誤差 ε_i が

$$x_i = s_i + \varepsilon_i$$

の形で含まれる。誤差 ε_i の分布 G_i は所与であり、パラメータ $d > 0$ について $\varepsilon_i \in [-d, d]$ とする。ここで、プレイヤーが2人のときの s_j の推定は実質的に s_i の推定と同じであるから、プレイヤー2については、シグナルの内容としてはプレイヤー1と同様に s_i についての（とは言っても別の）シグナル x_j を観察するものとする。いま、 $x_i = s_i + \varepsilon_i$ 、 $x_j = s_i + \varepsilon_j$ であったから、 $x_j \mid x_i = x_i + \varepsilon_j - \varepsilon_i$ となる。

2.3 数値例

本節では、シグナル x_i の確率分布 F_i 、誤差 ε_i ($\varepsilon_i \in [-d, d]$, $d > 0$) の分布 G_i を、ともに一様分布とし、手番数が $n = 2$ と $n = 3$ のケースを数値例として示す。

2.3.1 シグナル観察後に形成される、他者のシグナルについての信念

プレイヤーが自身のシグナルを観察すると、他者が受け取るシグナルについての条件付き確率 $x_j \mid x_i = x_i + \varepsilon_j - \varepsilon_i$ は、図のような三角分布になる。

2.3.2 手番数が $n = 2$ のケース

(1) 手番 I_2 での選択

シグナル x_2 を観察したプレイヤー2の手番 I_2 での選択を σ_2 とし、 c_2 を選択するときの期待利得を $SV_1^2(c_2 \mid x_2)$ 、 nc_2 を選択するときの期待利得を $SV_1^2(nc_2 \mid x_2)$ とすると、

$$SV_1^2(c_2 \mid x_2) = (1 - x_1)C$$

$$SV_1^2(nc_2 \mid x_2) = c$$

である。その差を $\pi_1^2(x_2) \equiv SV_1^2(c_2 \mid x_2) - SV_1^2(nc_2 \mid x_2)$ とする。この差が正の

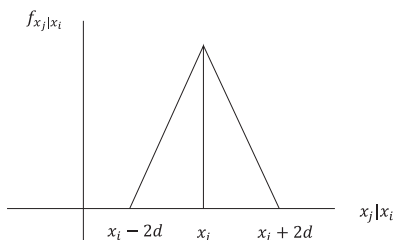


図6 他者シグナルの条件付き確率密度

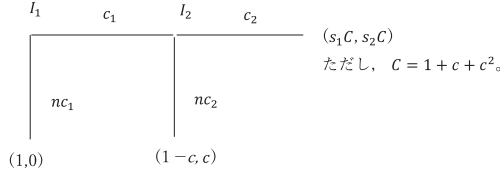


図7 不完備情報（手番数 $n = 2$ ）

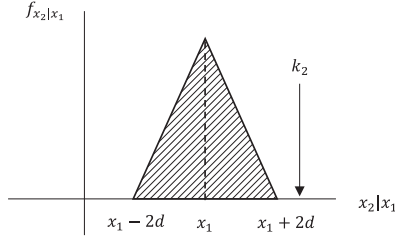


図8 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き

き、 c_2 が選択されるしたがって、 $\pi_1^2(x_2) \geq 0 \Leftrightarrow SV_1^2(c_2 | x_2) \geq SV_1^2(nc_2 | x_2) \Leftrightarrow x_1 \leq (1 + c^2)/C \Leftrightarrow \sigma_2 = c_2$ である。

(2) 手番 I_1 での選択

シグナル値を推計する対象となる他者 j が c_j の選択について閾値 k_j をもつ場合、プレイヤー j が c_j を選択する確率は、自身のシグナルを条件にした他者 j のシグナルの推計値が閾値 k_j で定義される条件を満たす確率になる。この確率は、自身が受け取るシグナル値 x_i が次の領域のいずれに入るかによって決まる。

いま、プレイヤー2は自身のシグナル値 x_2 が条件 $x_2 \leq (1 + c^2)/C$ を満たすとき戦略を $\sigma_2 = c_2$ とすることがわかる。この閾値を $k_2 \equiv (1 + c^2)/C$ としよう。

【 $x_1 < k_2 - 2d$ のとき】

プレイヤー1がシグナル x_1 を受け取ることを条件として、プレイヤー2がゲームの継続を選択することになる、 $x_2 | x_1 \leq k_2 \equiv (1 + c^2)/C$ のシグナル $x_2 | x_1$ を受け取る確率、つまり、戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする確率は、図8が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 | x_1) = 1$ となる。

【 $k_2 - 2d \leq x_1 < k_2$ のとき】

同様に、図9が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 | x_1) = 1 - \{x_1 - (k_2 - 2d)\}^2 / 8d^2$ となる。

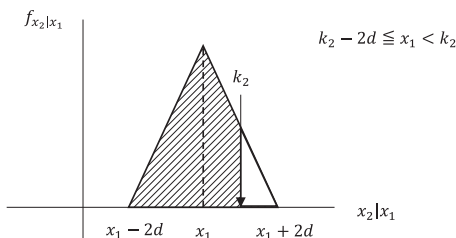


図9 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

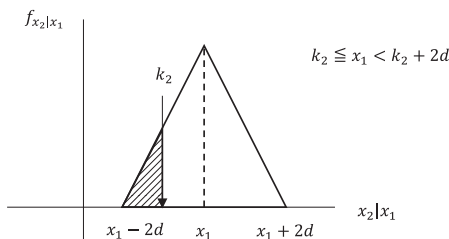


図10 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

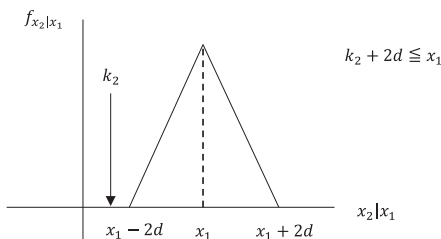


図11 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

【 $k_2 \leq x_1 < k_2 + 2d$ のとき】

同様に，図10が示すように， $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = \{x_1 - (k_2 + 2d)\}^2 / 8d^2$ となる。

【 $k_2 + 2d \leq x_1$ のとき】

同様に，図11が示すように， $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 0$ となる。

シグナル x_1 を観察したプレイヤー1の手番 I_1 での選択を σ_1 とし， c_1 を選択するときの条件付き期待利得を $SV_1^1(c_1 \mid x_1)$ ， nc_1 を選択するときの利得を $SV_1^1(nc_1 \mid x_1)$ とすると，

$$SV_1^1(c_1 \mid x_1) = \text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1)x_1C + [1 - \text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1)](1 - c)$$

$$SV_1^1(nc_1 | x_1) = 1$$

である。その差を $\pi^1(x_1) \equiv SV_1^1(c_1 | x_1) - SV_1^1(nc_1 | x_1)$ とすると、

$$\pi^1(x_1) = \text{Prob}(\sigma_2 = c_2 | x_1) [x_1 C - (1 - c)] - c$$

となる。この差 $\pi^1(x_1)$ が正のとき、 c_1 が選択される。したがって、

$$\pi^1(x_1) \geq 0 \Leftrightarrow SV_1^1(c_1 | x_1) \geq SV_1^1(nc_1 | x_1) \Leftrightarrow \sigma_1 = c_1$$

である。

計算の簡便さのために、 $f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi^1(x_1)$ で考えよう。このとき、

$$\pi^1(x_1) \geq 0 \Leftrightarrow f_1^1(x_1) \geq 0 \Leftrightarrow \sigma_1 = c_1,$$

つまり、

$$8d^2 \text{Prob}(\sigma_2 = c_2 | x_1) \{Cx_1 - (1 - c)\} - 8cd^2 \geq 0 \Leftrightarrow \sigma_1 = c_1$$

である。

したがって、プレイヤー 1 自身が受け取るシグナル x_1 を条件にプレイヤー 2 が受け取るシグナル x_1 を推計するとき、プレイヤー 1 の最適反応が $\sigma_1 = c_1$ となるような、自身のシグナル値 x_1 の範囲は区間 $[\underline{k}_1, \bar{k}_1]$ の形であたえられる。(図 12 参照。)

区間ごとに詳細を示せば、

【 $x_1 < k_2 - 2d$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 | x_1) = 1$ より、 $f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi^1(x_1) = 8d^2 \{Cx_1 - (1 - c)\} - 8cd^2$ となる。

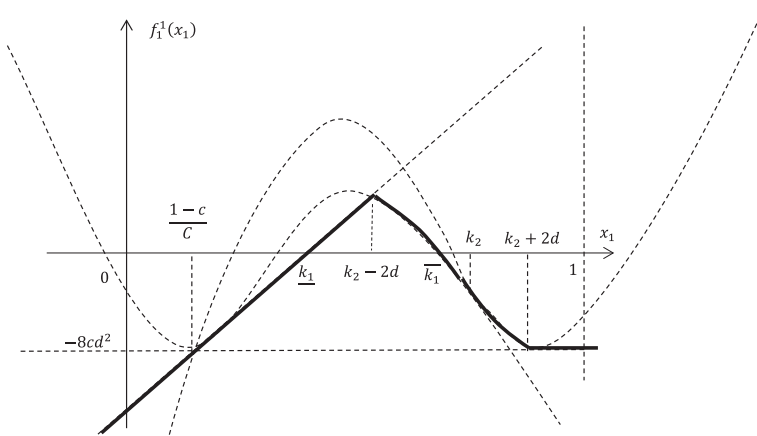


図12 プレイヤー 1 の最適反応が $\sigma_1 = c_1$ となるシグナル値の区間 $[\underline{k}_1, \bar{k}_1]$

同様に,

【 $k_2 - 2d \leq x_1 < k_2$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 1 - \{x_1 - (k_2 - 2d)\}^2 / 8d^2$ により,

$$f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = [8d^2 - \{x_1 - (k_2 - 2d)\}^2] \{Cx_1 - (1 - c)\} - 8cd^2$$

となる。

【 $k_2 \leq x_1 < k_2 + 2d$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = \{x_1 - (k_2 + 2d)\}^2 / 8d^2$ により,

$$f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = \{x_1 - (k_2 + 2d)\}^2 \{Cx_1 - (1 - c)\} - 8cd^2$$

となる。

【 $k_2 + 2d \leq x_1$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 0$ により, $f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = -8cd^2$ となる。

これら複数の区間の各々に対応する, 関数 $f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1)$ は, 選択 c_1 からの期待利得と選択 nc_1 からの期待利得の差, つまり, 選択 c_1 がどれだけ選択 nc_1 より期待利得が大きいかを表している。したがって, それぞれの区間で, 関数 $f_1^1(x_1)$ が正の値をとる範囲では最適な戦略が c_1 となり, 負の値をとる範囲では最適な戦略が nc_1 となる。関数 $f_1^1(x_1)$ は, 区間によっては, 区間内のすべての x_1 に対して正値であったり, すべての x_1 に対して負値であったりすることがある。また, ある値の x_1 で選択の閾値をもつこともある。

この数値例のモデルでは, 閾値としてではなく, その一般化とも言える, 「区間」と「選択」とを対応付ける写像として最適な選択が特徴づけられる。

この区間 $[\underline{k}_1, \bar{k}_1]$ の上限と下限については,

$$\underline{k}_1 = 1/C$$

$$\begin{aligned} \bar{k}_1 &= \begin{cases} (k_2 - 2d) - 2d \sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1 - c)/C]}} & (\bar{k}_1 < k_2 - 2d \text{ のとき}) \\ (k_2 - 2d) + 2d \sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1 - c)/C]}} & (k_2 - 2d \leq \bar{k}_1 \text{ のとき}) \end{cases} \\ &= \begin{cases} k_2 - 2d \left(\sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1 - c)/C]}} + 1 \right) & (\bar{k}_1 < k_2 - 2d \text{ のとき}) \\ k_2 + 2d \left(\sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1 - c)/C]}} - 1 \right) & (k_2 - 2d \leq \bar{k}_1 \text{ のとき}) \end{cases} \end{aligned}$$

である。(ただし, 上限 \bar{k}_1 については $f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = 0$ の解で, パラメー

タの諸条件を満たす \bar{k}_1 の値を陰状的に表記しているに過ぎない。))

均衡

以上の考察が与える、最適反応写像が構成する均衡を整理すると、以下のようになる。

〔手番 I_1 〕

$$\sigma_1 = \begin{cases} c_1 & (x_1 \in K_1) \\ nc_1 & (x_1 \notin K_1), \end{cases}$$

ただし、 $C = 1 + c + c^2$ 、かつ、

$$K_1 = [1/C, \bar{k}_1] = \begin{cases} \left[1/C, (k_2 - 2d) - 2d \sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1-c)/C]}} \right] & (\bar{k}_1 < k_2 - 2d \text{ のとき}) \\ \left[1/C, (k_2 - 2d) + 2d \sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1-c)/C]}} \right] & (k_2 - 2d \leq \bar{k}_1 \text{ のとき}). \end{cases}$$

〔手番 I_2 〕

$$\sigma_2 = \begin{cases} c_2 & (x_2 \in K_2) \\ nc_2 & (x_2 \notin K_2), \end{cases}$$

ただし、 $K_1 = [0, \bar{k}_1]$ 、かつ、 $\bar{k}_2 = (C - c)/C = (1 + c^2)/C$ 。

結果の整理

数値例モデルでの分析により、利得パラメータとシグナルおよびその観測誤差についてのいくつかの仮定の下で、ゲームでの各プレイヤーの最適反応が写像として得られた。得られた写像は閾値戦略として特徴付けられるものでなく、その一般化とも言える、シグナル値の区間とそこでの最適選択の対応関係で特徴付けられるものである。

得られた結果を整理しよう。

〈命題1〉

手番数が $n = 2$ で利得パラメータとシグナルおよびその観測誤差が所定の一様分布で観察されるとき、各プレイヤーが「継続 (c_i)」を選択することが均衡になるパラメータの値の集合が存在する。

〈結果1〉

手番数が $n = 2$ で利得パラメータとシグナルおよびその観測誤差が所定の一

様分布で観察されるとき、各プレイヤーが「継続 (c)」を選択することが均衡になるシグナル値の集合が区間となるパラメータの値の集合が存在する。

2.3.3 手番数が $n=3$ のケース

ここでは、これまでの数値例モデルに3つ目の手番を加えてみる。そこで選択をおこなうのは、1つ目の手番で選択するプレイヤー1であるとしよう。手番の追加にともない、最終手番で分配される総利得を $C=1+c+c^2+c^3$ とする点以外は、同様とする。これもゲームとしては、最後の手番から逆に解くことになる。

(1) 手番 I_2^1 (3つ目の手番)での選択

この手番でのプレイヤー1の選択を σ_3 とし、 c_3 を選択するときの期待利得を $SV_2^1(c_3 | x_1)$ 、 nc_3 を選択するときの期待利得を $SV_2^1(nc_3 | x_1)$ とすると、

$$SV_2^1(c_3 | x_3) = x_1 C$$

$$SV_2^1(nc_3 | x_3) = c^2$$

である。その差を $\pi_2^1(x_1) \equiv SV_2^1(c_3 | x_1) - SV_2^1(nc_3 | x_1)$ とする。この差が正のとき、 c_3 が選択されるしたがって、 $\pi_2^1(x_1) \geq 0 \Leftrightarrow SV_2^1(c_3 | x_1) \geq SV_2^1(nc_3 | x_1) \Leftrightarrow c^2/C \leq x_1 \Leftrightarrow \sigma_3 = c_3$ である。

いま、プレイヤー1は自身のシグナル値 x_1 が条件 $x_1 \geq c^2/C$ を満たすとき戦略を $\sigma_3 = c_3$ とすることがわかる。この閾値を $k_3 \equiv c^2/C$ としよう。

(2) 手番 I_2^1 (2つ目の手番)での選択

シグナル値を推計する対象となる他者 $j=1$ が c_3 の選択について閾値 k_3 をもつ場合、プレイヤー1が c_3 を選択する確率は、自身のシグナルを条件にした他者 $j=1$ のシグナルの推計値が閾値 k_3 で定義される条件を満たす確率になる。この確率は、自身が受け取るシグナル値 x_2 が次の領域のいずれに入るかによって決まる。

| I_1^1 | c_1 | I_1^2 | c_2 | I_2^1 | c_3 | |
|---------|-------|------------|-------|-----------------|-------|--------------------------------|
| | | | | | | $(s_1 C, s_2 C)$ |
| nc_1 | | nc_{21} | | nc_3 | | ただし、 $C = 1 + c + c^2 + c^3$ 。 |
| (1, 0) | | (1 - c, c) | | (c^2, c(1 - c)) | | |

図13 不完備情報 (手番数 $n=3$)

【 $x_2 < k_3 - 2d$ のとき】

プレイヤー2がシグナル x_2 を受け取ることを条件として、プレイヤー1がゲームの継続を選択することになる、 $x_1 \mid x_2 \geq k_3 \equiv c^2/C$ のシグナル $x_1 \mid x_2$ を受け取る確率、つまり、手番 I_2^1 （3つ目の手番）で戦略を $\sigma_3 = c_3$ とする確率は、図14が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 \mid x_1) = 0$ となる。

【 $k_3 - 2d \leq x_2 < k_3$ のとき】

同様に、図15が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 \mid x_2) = \{x_2 - (k_3 - 2d)\}^2 / 8d^2$ となる。

【 $k_3 \leq x_2 < k_3 + 2d$ のとき】

同様に、図16が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 \mid x_2) = 1 - \{x_2 - (k_3 + 2d)\}^2 / 8d^2$ となる。

【 $k_3 + 2d \leq x_2$ のとき】

同様に、図17が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 \mid x_2) = 1$ となる。

シグナル x_2 を観察したプレイヤー2の手番 I_2^2 での選択を σ_2 とし、 c_2 を選択するときの条件付き期待利得を $SV_1^2(c_2 \mid x_2)$ 、 nc_2 を選択するときの利得を $SV_1^2(nc_2 \mid x_2)$ とすると、

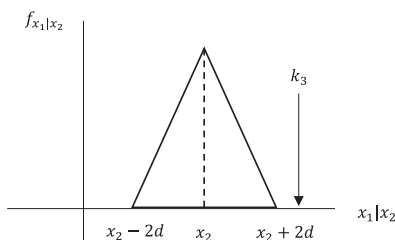


図14 手番 I_2^2 で戦略が $\sigma_3 = c_3$ となる条件付き確率

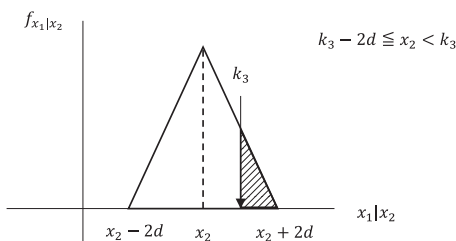
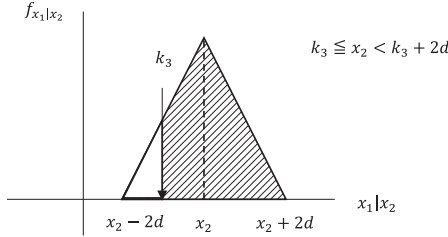
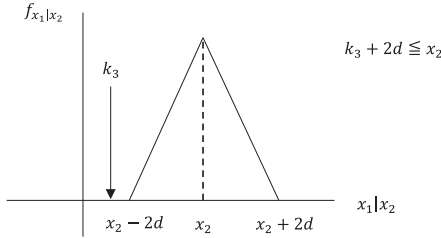


図15 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率


 図16 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

 図17 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

$$SV_1^2(c_2 | x_2) = \text{Prob}(\sigma_3 = c_3 | x_2) (1 - x_2)C + [1 - \text{Prob}(\sigma_3 = c_3 | x_2)]c(1 - c)$$

$$SV_1^2(nc_2 | x_2) = c^2$$

である。ここでは、プレイヤー 2 の受け取るシグナル x_2 の内容は、簡便化のため、 s_2 でなく s_1 についてのシグナルとするので、 $SV_1^2(c_2 | x_2)$ において $\sigma_3 = c_3$ からの利得が $(1 - x_2)C$ となる。

その差を $\pi_1^2(x_2) \equiv SV_1^2(c_2 | x_2) - SV_1^2(nc_2 | x_2)$ とすると、

$$\pi_1^2(x_2) = \text{Prob}(\sigma_3 = c_3 | x_2) [(1 - x_2)C - c(1 - c)] - c^2$$

となる。この差 $\pi_1^2(x_2)$ が正のとき、 c_2 が選択される。したがって、

$$\pi_1^2(x_2) \geq 0 \Leftrightarrow SV_1^2(c_2 | x_2) \geq SV_1^2(nc_2 | x_2) \Leftrightarrow \sigma_2 = c_2$$

である。

計算の簡便さのために、 $f_1^2(x_2) \equiv 8d^2\pi_1^2(x_2)$ で考えよう。このとき、

$$\pi_1^2(x_2) \geq 0 \Leftrightarrow f_1^2(x_2) \geq 0 \Leftrightarrow \sigma_2 = c_2,$$

つまり、

$$8d^2\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 | x_2) [(1 - x_2)C - c(1 - c)] - 8c^2d^2 \geq 0 \Leftrightarrow \sigma_2 = c_2$$

である。

したがって、プレイヤー 2 自身が受け取るシグナル x_2 を条件にプレイヤー 1

が受け取るシグナル x_1 を推計するとき、プレイヤー2の最適反応が $\sigma_2=c_2$ となるような、自身のシグナル値 x_2 の範囲は区間 $[\underline{k}_2, \bar{k}_2]$ の形であたえられる。(図18参照。)

区間ごとの詳細を示せば、

【 $x_2 < k_3 - 2d$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 \mid x_2) = 0$ により、

$$f_1^2(x_2) \equiv 8d^2 \pi_1^2(x_2) = -8c^2d^2$$

となる。

同様に、

【 $k_3 - 2d \leq x_2 < k_3$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 \mid x_2) = \{x_2 - (k_3 - 2d)\}^2 / 8d^2$ により、

$$\begin{aligned} f_1^2(x_2) &\equiv 8d^2 \pi_1^2(x_2) = \{x_2 - (k_3 - 2d)\}^2 \{C(1 - x_2) - c(1 - c)\} - 8c^2d^2 \\ &= -\{x_2 - (k_3 - 2d)\}^2 [Cx_2 - \{C - c(1 - c)\}] - 8c^2d^2 \end{aligned}$$

となる。

【 $k_3 \leq x_2 < k_3 + 2d$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 \mid x_2) = 1 - \{x_2 - (k_3 + 2d)\}^2 / 8d^2$ により、

$$\begin{aligned} f_1^2(x_2) &\equiv 8d^2 \pi_1^2(x_2) = [8d^2 - \{x_2 - (k_3 + 2d)\}^2] \{C(1 - x_2) - c(1 - c)\} - 8c^2d^2 \\ &= [\{x_2 - (k_3 + 2d)\}^2 - 8d^2] [Cx_2 - \{C - c(1 - c)\}] - 8c^2d^2 \end{aligned}$$

となる。

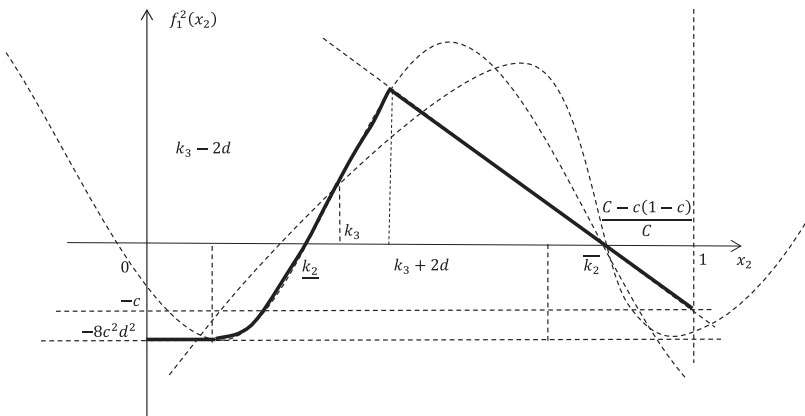


図18 プレイヤー2の最適反応が $\sigma_2=c_2$ となるシグナル値の区間 $[\underline{k}_2, \bar{k}_2]$

【 $k_3 + 2d \leq x_2$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 \mid x_2) = 1$ により,

$$\begin{aligned} f_1^2(x_2) &\equiv 8d^2 \pi_1^2(x_2) = 8d^2 \{C(1-x_2) - c(1-c)\} - 8c^2d^2 \\ &= -8d^2 [Cx_2 - \{C-c(1-c)\}] - 8c^2d^2 \end{aligned}$$

となる。

これら複数の区間の各々に対応する、関数 $f_1^2(x_2) \equiv 8d^2 \pi_1^2(x_2)$ は、選択 c_2 からの期待利得と選択 nc_2 からの期待利得の差、つまり、選択 c_2 がどれだけ選択 nc_2 より期待利得が大きいかを表している。したがって、それぞれの区間で、関数 $f_1^2(x_2)$ が正の値をとる範囲では最適な戦略が c_2 となり、負の値をとる範囲では最適な戦略が nc_2 となる。関数 $f_1^2(x_2)$ は、区間によっては、その区間内のすべての x_2 について正值であったり、すべての x_2 について負値であったりすることがある。また、ある値の x_2 が選択の閾値になることもある。

この数値例のモデルでも、閾値としてではなく、その一般化とも言える、「区間」と「選択」とを対応付ける写像として最適な選択が特徴づけられる。

この区間 $[\underline{k}_2, \bar{k}_2]$ の上限と下限については、

$$\begin{aligned} \underline{k}_2 &= \begin{cases} (k_3 - 2d) - 2d \sqrt{\frac{2[\underline{k}_2 - \{C-c(1-c)\}]/C + c^2/C]}{\underline{k}_2 - \{C-c(1-c)\}/C}} & (\underline{k}_2 < \bar{k}_3 - 2d \text{ のとき}) \\ (k_3 - 2d) + 2d \sqrt{\frac{2c^2/C}{\{C-c(1-c)\}/C - \underline{k}_2}} & (\bar{k}_3 - 2d \leq \underline{k}_2 \text{ のとき}) \end{cases} \\ &= \begin{cases} k_3 - 2d \left(\sqrt{\frac{2[\underline{k}_2 - \{C-c(1-c)\}]/C + c^2/C]}{\underline{k}_2 - \{C-c(1-c)\}/C}} + 1 \right) & (\underline{k}_2 < \bar{k}_3 - 2d \text{ のとき}) \\ k_3 + 2d \left(\sqrt{\frac{2c^2/C}{\{C-c(1-c)\}/C - \underline{k}_2}} - 1 \right) & (\bar{k}_3 - 2d \leq \underline{k}_2 \text{ のとき}) \end{cases} \\ \bar{k}_2 &= \{C-c(1-c)\}/C \end{aligned}$$

である。(ただし、上限 \bar{k}_2 については $f_1^2(x_2) \equiv 8d^2 \pi_1^2(x_2) = 0$ の解で、パラメータの諸条件を満たす \bar{k}_2 の値を陰的に表記しているに過ぎない。)

(3) 手番 I (1つ目の手番)での選択

シグナル値を推計する対象となる他者 j が c_j の選択について閾値 k_j をもつ場合、プレイヤー j が c_j を選択する確率は、自身のシグナルを条件にした他者 j のシグ

ナルの推計値が閾値 k_i で定義される条件を満たす確率になる。この確率は、自身が受け取るシグナル値 x_i が次の領域のいずれに入るかによって決まる。

いま、プレイヤー2はそのシグナル値 x_2 が前節(2)の区間 $[\underline{k}_2, \bar{k}_2]$ に入るときに戦略を $\sigma_2 = c_2$ とすることがわかる。この区間の上限と下限の近傍で、前節(2)同様にプレイヤー1の観点から次の手番のプレイヤー2が「継続」を選択する確率が区間ごとに変化することに注意して、以下、区間ごとの詳細を見ていこう。

【 $x_1 < \underline{k}_2 - 2d$ のとき】

プレイヤー1がシグナル x_1 を受け取ることを条件として、プレイヤー2の受け取るシグナルがゲームの「継続」を選択することになる、区間 $[\underline{k}_2, \bar{k}_2]$ に入る確率、つまり、戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする確率は、図19が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 0$ となる。

【 $\underline{k}_2 - 2d \leq x_1 < \underline{k}_2$ のとき】

同様に、図20が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = \{x_1 - (\underline{k}_2 - 2d)\}^2 / 8d^2$ となる。

【 $\underline{k}_2 \leq x_1 < \underline{k}_2 + 2d$ のとき】

同様に、図21が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 1 - \{x_1 - (\underline{k}_2 + 2d)\}^2 / 8d^2$ となる。

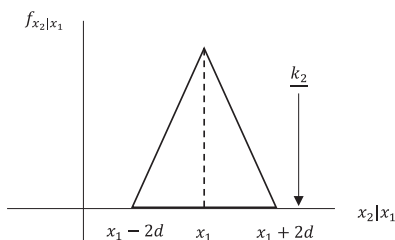


図19 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

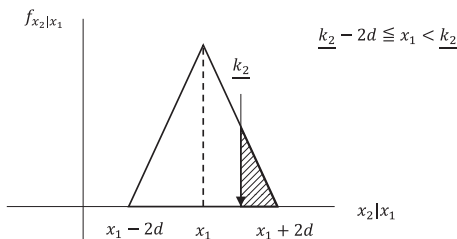


図20 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

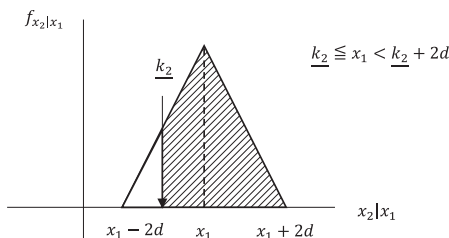


図21 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

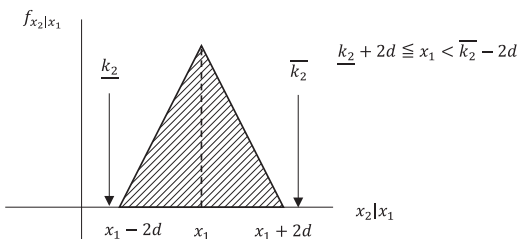


図22 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

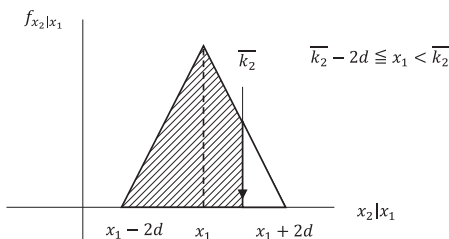


図23 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

【 $k_2 + 2d \leq x_1 < \bar{k}_2 - 2d$ のとき】

同様に，図22が示すように， $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 1$ となる。

【 $\bar{k}_2 - 2d \leq x_1 < \bar{k}_2$ のとき】

同様に，図23が示すように， $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 1 - \{x_1 - (\bar{k}_2 - 2d)\}^2 / 8d^2$ となる。

【 $\bar{k}_2 \leq x_1 < \bar{k}_2 + 2d$ のとき】

同様に，図24が示すように， $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = \{x_1 - (\bar{k}_2 + 2d)\}^2 / 8d^2$ となる。

【 $\bar{k}_2 + 2d \leq x_1$ のとき】

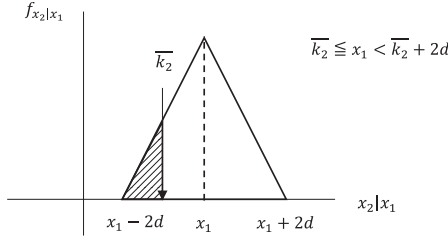


図24 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

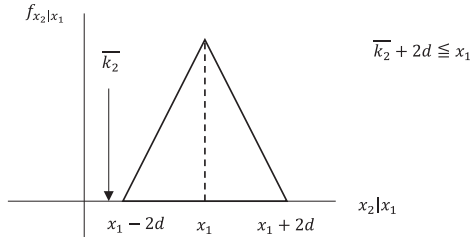


図25 他者が戦略を $\sigma_2 = c_2$ とする条件付き確率

同様に、図25が示すように、 $\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 | x_1) = 0$ となる。

シグナル x_1 を観察したプレイヤー1の手番 I_1 での選択を σ_1 とし、 c_1 を選択するときの条件付き期待利得を $SV_1^1(c_1 | x_1)$ 、 nc_1 を選択するときの利得を $SV_1^1(nc_1 | x_1)$ とすると、

$$\begin{aligned} SV_1^1(c_1 | x_1) &= \text{Prob}(\sigma_2 = c_2 | x_1) \{ \text{Prob}(\sigma_3 = c_3 | x_2) x_1 C \\ &\quad + (1 - \text{Prob}(\sigma_3 = c_3 | x_2)) c^2 \} \\ &\quad + [1 - \text{Prob}(\sigma_2 = c_2 | x_1)] (1 - c) \end{aligned}$$

$$SV_1^1(nc_1 | x_1) = 1$$

である。その差を $\pi_1^1(x_1) \equiv SV_1^1(c_1 | x_1) - SV_1^1(nc_1 | x_1)$ とすると、

$$\pi_1^1(x_1) = \text{Prob}(\sigma_2 = c_2 | x_1) [\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 | x_2) (x_1 C - c^2) + c^2 - (1 - c)] - c$$

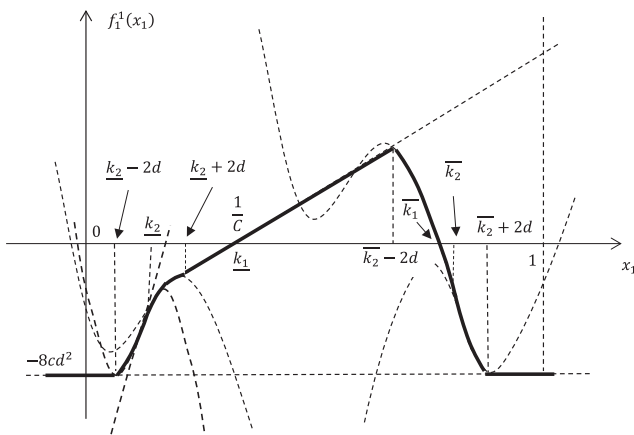
となる。この差 $\pi_1^1(x_1)$ が正のとき、 c_1 が選択される。したがって、

$$\pi_1^1(x_1) \geq 0 \Leftrightarrow SV_1^1(c_1 | x_1) \geq SV_1^1(nc_1 | x_1) \Leftrightarrow \sigma_1 = c_1$$

である。

計算の簡便さのために、 $f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1)$ で考えよう。このとき、

$$\pi_1^1(x_1) \geq 0 \Leftrightarrow f_1^1(x_1) \geq 0 \Leftrightarrow \sigma_1 = c_1,$$


 図26 プレイヤー1の最適反応が $\sigma_1 = c_1$ となるシグナル値の区間 $[\underline{k}_1, \bar{k}_1]$

つまり,

$$8d^2 \text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) [\text{Prob}(\sigma_3 = c_3 \mid x_2) (x_1 C - c^2) + c^2 - (1 - c)] - 8cd^2 \geq 0 \Leftrightarrow \sigma_1 = c_1$$

である。

このとき、プレイヤー1自身が受け取るシグナル x_1 を条件にプレイヤー2が受け取るシグナル x_1 を推計するとき、プレイヤー1の最適反応が $\sigma_1 = c_1$ となるようなシグナル値 x_1 の範囲を区間 $[\underline{k}_1, \bar{k}_1]$ の形であたえるような諸パラメータの値の集合が存在する。(図26に概略を示した。)

再び区間ごとの詳細を示せば、

【 $x_1 < \underline{k}_2 - 2d$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 0$ により、

$$f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = -8cd^2$$

となる。

同様に、

【 $\underline{k}_2 - 2d \leq x_1 < \underline{k}_2$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = \{x_1 - (\underline{k}_2 - 2d)\}^2 / 8d^2$ により、

$$f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = \{x_1 - (\underline{k}_2 - 2d)\}^2 \{c^2 - (1 - c)\} - 8cd^2$$

となる。

【 $k_2 \leq x_1 < \bar{k}_2 + 2d$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 1 - \{x_1 - (\underline{k}_2 + 2d)\}^2 / 8d^2$ により,

$$f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = [8d^2 - \{x_1 - (\underline{k}_2 + 2d)\}^2] \{Cx_1 - (1 - c)\} - 8cd^2$$

となる。

【 $\underline{k}_2 + 2d \leq x_1 < \bar{k}_2 - 2d$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 1$ により,

$$f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = 8d^2(Cx_1 - 1)$$

となる。

【 $\bar{k}_2 - 2d \leq x_1 < \bar{k}_2$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 1 - \{x_1 - (\bar{k}_2 - 2d)\}^2 / 8d^2$ により,

$$f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = [8d^2 - \{x_1 - (\bar{k}_2 - 2d)\}^2] \{Cx_1 - (1 - c)\} - 8cd^2$$

となる。

【 $\bar{k}_2 \leq x_1 < \bar{k}_2 + 2d$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = \{x_1 - (\bar{k}_2 + 2d)\}^2 / 8d^2$ により,

$$f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = \{x_1 - (\bar{k}_2 + 2d)\}^2 \{Cx_1 - (1 - c)\} - 8cd^2$$

となる。

【 $\bar{k}_2 + 2d \leq x_1$ のとき】

$\text{Prob}(\sigma_2 = c_2 \mid x_1) = 0$ により,

$$f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1) = -8cd^2$$

となる。

これら複数の区間の各々に対応する、関数 $f_1^1(x_1) \equiv 8d^2 \pi_1^1(x_1)$ は、選択 c_1 からの期待利得と選択 nc_1 からの期待利得の差、つまり、選択 c_1 がどれだけ選択 nc_1 より期待利得が大きいかを表している。したがって、それぞれの区間で、関数 $f_1^1(x_1)$ が正の値をとる範囲では最適な戦略が c_1 となり、負の値をとる範囲では最適な戦略が nc_1 となる。関数 $f_1^1(x_1)$ は、区間によっては、区間内のすべての x_1 に対して正値であったり、すべての x_1 に対して負値であったりする場合がある。また、ある値の x_1 で選択の閾値をもつこともある。

この数値例のモデルでは、閾値としてではなく、その一般化とも言える、「区間」と「選択」とを対応付ける写像として最適な選択が特徴づけられる。

この区間 $[\underline{k}_1, \bar{k}_1]$ の上限と下限についてありうるパラメータの範囲での均衡値の一例を示せば、

$$\begin{aligned}
 \underline{k}_1 &= 1/C \\
 \bar{k}_1 &= \begin{cases} (\bar{k}_2 - 2d) - 2d \sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1-c)/C]}} & (\bar{k}_1 < \bar{k}_2 - 2d \text{ のとき}) \\ (\bar{k}_2 - 2d) + 2d \sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1-c)/C]}} & (\bar{k}_2 - 2d \leq \bar{k}_1 \text{ のとき}) \end{cases} \\
 &= \begin{cases} \bar{k}_2 - 2d \left(\sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1-c)/C]}} + 1 \right) & (\bar{k}_1 < \bar{k}_2 - 2d \text{ のとき}) \\ \bar{k}_2 + 2d \left(\sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1-c)/C]}} - 1 \right) & (\bar{k}_2 - 2d \leq \bar{k}_1 \text{ のとき}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

である。(ただし、ここでも上限 \bar{k}_1 については $f_1^1(x_1) \equiv 8d^2\pi_1^1(x_1) = 0$ の解で、パラメータの諸条件を満たす \bar{k}_1 の値を陰状的に表記しているに過ぎない。)

均衡

以上の考察が与える、最適反応写像が構成する均衡を整理すると、以下のようになる。

〔手番 I^1 〕

$$\sigma_1 = \begin{cases} c_1 & (x_1 \in K_1^1) \\ nc_1 & (x_1 \notin K_1^1), \end{cases}$$

ただし、 $C = 1 + c + c^2 + c^3$ 、かつ、

$$\begin{aligned}
 K_1^1 &= [1/C, \bar{k}_1] \\
 &= \begin{cases} \left[1/C, (\bar{k}_2 - 2d) - 2d \sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1-c)/C]}} \right] & (\bar{k}_1 < \bar{k}_2 - 2d \text{ のとき}) \\ \left[1/C, (\bar{k}_2 - 2d) + 2d \sqrt{\frac{2[\bar{k}_1 - 1/C]}{[\bar{k}_1 - (1-c)/C]}} \right] & (\bar{k}_2 - 2d \leq \bar{k}_1 \text{ のとき}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

〔手番 I^2 〕

$$\sigma_2 = \begin{cases} c_2 & (x_2 \in K_1^2) \\ nc_2 & (x_2 \notin K_1^2), \end{cases}$$

ただし、 $K_1^2 = [\underline{k}_2, \bar{k}_2]$

$$= \begin{cases} \left[(k_3 - 2d) - 2d \sqrt{\frac{2 \left[\underline{k}_2 - \{C - c(1 - c)\} / C + c^2 / C \right]}{\underline{k}_2 - \{C - c(1 - c)\} / C}}, \frac{C - c(1 - c)}{C} \right] & (\underline{k}_2 < \bar{k}_3 - 2d \text{ のとき}) \\ \left[(k_3 - 2d) + 2d \sqrt{\frac{2 c^2 / C}{\{C - c(1 - c)\} / C - \underline{k}_2}}, \frac{C - c(1 - c)}{C} \right] & (\bar{k}_3 - 2d \leq \underline{k}_2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

〔手番 I_2^1 〕

$$\sigma_3 = \begin{cases} c_3 & (x_1 \in K_2^1) \\ nc_3 & (x_1 \notin K_2^1), \end{cases}$$

ただし, $K_2^1 = [0, \bar{k}_3]$, かつ, $\bar{k}_3 = c^2 / C$ 。

結果の整理

数値例モデルでの分析により, 利得パラメータとシグナルおよびその観測誤差についてのいくつかの仮定の下で, ゲームでの各プレイヤーの最適反応が写像として得られた。得られた写像は閾値戦略として特徴付けられるものでなく, その一般化とも言える, シグナル値の区間とそこでの最適選択の対応関係で特徴付けられるものである。

得られた結果を整理しよう。

〈命題2〉

手番数が $n = 3$ でプレイヤー1が手番3でも選択し, 利得パラメータとシグナルおよびその観測誤差が所定の一様分布で観察されるとき, 各プレイヤーが「継続 (c_i)」を選択することが均衡になるパラメータの値の集合が存在する。

〈結果2〉

手番数が $n = 3$ でプレイヤー1が手番3でも選択し, 利得パラメータとシグナルおよびその観測誤差が所定の一様分布で観察されるとき, 各プレイヤーが「継続 (c_i)」を選択することが均衡になるシグナル値の集合が区間となるパラメータの値の集合が存在する。

3. 考察：課題との関連

本節では, 本稿のモデルでの分析がもついくつかの課題との関連について説明しよう。不完備情報をとまなうムカデ・ゲームには以下で述べるような興味深い拡張の可能性があると考ええる。

3.1 グローバル・ゲームとの関連

Carlsson and van Damme (1993) に始まるグローバル・ゲームによる均衡選択の手法においては原則として戦略型でゲームを記述し、同時ゲームにおける均衡選択のひとつの方法としてグローバル・ゲームの観点が用いられ、「リスク支配基準」による均衡の絞り込みが正当化される。他方、展開型ゲームを中心とする均衡選択の議論においては、「直観的基準」によるベイズ完全均衡の絞り込みが知られている。ゲームの逐次的な展開の中での情報伝達がより具体的に表現される展開型ゲームにおいて、グローバル・ゲームの観点とベイズ完全均衡の絞り込み過程の間には明らかにすべき関連がある。

3.2 プレイヤーの合理性との関連

プレイヤーの合理性が共有知識として想定されるとき、ムカデ・ゲームの均衡をバックワード・インダクションにより部分ゲーム完全均衡として導出することには一つの批判がある。2つ目以降の手番にゲームが到達する可能性のあるときに合理的なプレイヤーがおこなう選択への考慮が部分ゲーム完全均衡という概念の基礎をなす。ところが、そもそも合理的なプレイヤーは決してそうした手番にゲームが到達するような選択をおこなうはずがない。これがこの批判の要点であり、整理・解消すべき論理矛盾である。

本稿のモデルで導入される不完備情報はプレイヤーの合理性の綻びの一つと解釈できる。その結果導かれる均衡戦略は、完全な合理性の下での均衡戦略の一つの近似とも言えるので、これらの相違についての精査はこの批判の論点の精査となりうる。

3.3 ケインズの財政支出乗数との関連

冒頭の事例で取り挙げたように、ケインズの財政支出乗数の乗数過程についてそのミクロ的な基礎付けをゲームによるモデルを通じて明示的におこなうことは本稿の分析の一つの応用事例として有効と考える。それは同時に「トリックル・ダウン」理論のミクロ的な基礎付けの一つともなるだろう。最終手番までゲームが「継続」されるための諸条件の導出は、この乗数過程が有効に機能するための政策的な処方についての知見につながる。

4. 結論と今後の課題

本稿では、展開型で表現されたゲーム（具体的にはムカデ・ゲーム）において、プレイヤーの実現利得についての情報が不完備であるとき、各プレイヤーが受け取るシグナルから推定される他のプレイヤーの実現利得に関する予想が、プレイヤーの意思決定に及ぼす影響を考察した。

典型的な（完備情報での）ムカデ・ゲームでは、ゲームの最終手番近くまですべてのプレイヤーが特定の戦略を選択することで、全プレイヤーの利得が増加する。一方で、最終手番のプレイヤーはゲームを最後まで継続しない誘因をもつ。それを合理的に推測する一つ前の手番のプレイヤーはその手番でゲームを終了させる誘因をもつ。同じことがさらに一つ前の手番のプレイヤーにも言えるのが（完備情報での）典型的なムカデ・ゲームであり、こうして自分の手番でゲームを終了させるという選択が最初の手番のプレイヤーにまで伝播するというのが、ムカデ・ゲームの利害状況である。

これに対し情報の不完備性の下では、全プレイヤーの利得が増加するというシグナルを観察したとしても、自身以降の途中の手番のプレイヤーがそれに反するシグナルを観察して、最終手番までの経路を中断させる可能性を各プレイヤーが認識する。そのため、自身以降の手番のプレイヤーの利得に関する予想が各プレイヤーの選択に影響を及ぼすことになる。

本稿で得られた結果はあくまで、利得に関わるパラメータや、それに関するシグナルの観測誤差に特定の分布を想定した数値例モデルについてのものに過ぎず、決して一般的なものとは言えない。こうした観点についての、より一般的なモデルによる結果については今後の課題となる。

参考文献

- Arieli, Itai and Aumann, Robert J. (2015), “The logic of backward induction”, *Journal of Economic Theory*, vol. 159, Part A, pp. 443-464.
- Aumann, Robert J. (1976), “Agreeing to disagree”, *The Annals of Statistics*, vol. 4, no. 6, pp. 1236-1239.
- Carlsson, Hans and van Damme, Eric (1993), “Global games and equilibrium selec-

- tion”, *Econometrica*, vol. 61, no. 5, pp. 989–1018.
- Fudenberg, Drew and Tirole, Jean (1991), *Game Theory*, Cambridge, Massachusetts, MIT Press.
- Carlsson, Hans and van Damme, Eric (1993), “Global games and equilibrium selection”, *Econometrica*, vol. 61, no. 5, pp. 989–1018.
- Milgrom, Paul and Stokey, Nancy (1982), “Information, trade and common knowledge”, *Journal of Economic Theory*, vol. 26, no. 1, pp. 177–227.
- Morris, Stephen and Shin, Hyun Song (2002), “Social value of public information”, *American Economic Review*, vol. 92, no. 5, pp. 1521–1533.
- Rubinstein, Ariel (1989), “The electronic mail game: Strategic behavior under ‘almost common knowledge’”, *American Economic Review*, vol. 79, no. 3, pp. 385–381.
- 宇井貴志 (2009), 「最新トピックを追え！ゲーム理論編 グローバル・ゲーム」, 『経済セミナー』, 8・9月号, pp. 120–128.