

論文

## 天体の表面温度決定の定性的理解を目指した学習補助教材の開発

田所裕康<sup>\*1</sup> 小松尚平<sup>\*2</sup>

**【要旨】** 本論文では、1次元・1層大気を仮定した天体の表面温度の決定に着目する。これらを、数式を用いて理解しようとする、初学者・一般向けとしてはやや難解である。一方で、この項目は大気の温室効果の概念を理解するためにも重要である。また、温室効果は温暖化問題などを考える際にも重要となる概念であるため、一般的な教育啓蒙活動としても重要な項目である。そこで、本論文では、これらの天体の表面温度の決定に4つのパラメータ（アルベド、入射に対する大気の吸収率、赤外放射に対する大気の吸収率、太陽と天体間距離）がどのように依存しているのか、を定性的に理解することを目指した学習補助教材の開発を行うことを目的とする。Processingを用いて天体の表面温度の導出に対する視覚教材を作成した。これらの教育効果の検証に関しては今後の課題である。

**【キーワード】** 学習補助教材、天体の表面温度、アルベド、大気の吸収率、温室効果、Processing

\*1 駿河台大学メディア情報学部

\*2 武蔵野大学工学部（2020年3月まで）

### 1. はじめに

多くの理科系分野に関する学習補助教材が開発されている。本論文では、環境学・地球科学・地球物理学分野を学ぶ際に頻出事項の1つとなっている天体の表面温度（放射平衡温度）の理解に着目する。

天体の表面温度は、おおまかには太陽―大気―天体間の放射平衡で決定される。天体の表面温度を決定するパラメータは、太陽からの放射（太陽放射）のみならず、アルベド（天体への入射光に対する反射光の割合）、大気への太陽放射の吸収率、地球からの赤外放射に対する大気の吸収率、太陽と天体間距離、などである。このようなパラメータを含む放射平衡の数式を解くことによって、大気の温室効果の概念を説明している<sup>[1]</sup>。地球温暖化をはじめとする環境問題を理解、啓蒙するためにも、温室効果の概念を定性的に理解する

ことは重要である。しかしながら、数式を用いた天体の表面温度の理解のためには、もっとも単純な1次元・1層大気モデルでさえシュテファン・ボルツマンの法則や式展開の理解などが必要であり、初学者や文系出身学習者には難解であると考えられる。一方で、単純な大気（1次元・1層大気）を仮定した天体の表面温度導出における入力パラメータは限定されており、途中の式展開がなくとも入力パラメータと天体の表面温度の関係を定性的に理解することは可能であると考えられる。

そこで本論文では、天体の表面温度の定性的な理解を補助する学習教材の開発を目的とする。具体的には、1次元・1層大気モデルを仮定した天体表面温度導出の学習教材の開発である。用いる言語はProcessingである。この学習教材は、環境学・地球科学・地球物理学学習者が式展開を理解する際の補助教材としての役割のみならず、式展開を必ずしも必要としない文系出身者や広く一般

に向けた学習教材としての役割も期待している。

## 2. 1次元・1層大気モデル

本論文では天体の表面温度を導出するために、1次元・1層大気モデルを仮定する。1次元というのは、太陽—大気—天体間の空間を1次元と仮定するということである。1層大気モデルは、天体の大気が1層のみである、と仮定している。以下、天体表面温度の導出過程を記載する。

天体の表面温度は、太陽放射と天体表面からの赤外放射との放射平衡で決定される。天体の表面温度を導出する際に基本となる物理法則としてシュテファン・ボルツマンの法則があり以下のように表すことができる。

$$E = \sigma T^4 \quad (1)$$

これは熱輻射によって黒体から放出される単位時間、単位面積あたりの放射エネルギー  $E$  [ $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}$ ] と温度  $T$  [K] の関係を示した式である。 $\sigma$  はシュテファン・ボルツマン定数 ( $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} [\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2} \text{K}^{-4}]$ ) である。

太陽の表面温度を  $T_s$  [K]、半径を  $r_s$  [m] とすると、太陽全球から単位時間に放出される全放射エネルギー  $E_s$  [ $\text{J s}^{-1}$ ] は、

$$E_s = 4\pi r_s^2 \cdot \sigma T_s^4 \quad (2)$$

となる。 $E_s$  は太陽光度とも呼ばれる。太陽からの放射は全球一様であると仮定している。また、地球公転軌道上的における単位時間、単位面積あたりの太陽放射エネルギーは

$$\frac{E_s}{4\pi d^2} \quad (3)$$

となる。ここで、 $d$  は太陽と地球の距離 ( $1.5 \times 10^{11}$  [m]) である。この距離は天文単位 [AU] という距離の基準にもなっている ( $1 \text{ [AU]} = 1.5 \times 10^{11}$  [m])。また、地球公転軌道は、円軌道であると仮定している。(3)式は太陽定数と呼ばれるものであり、本論文では  $1.37 \times 10^3 [\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}]$  とおく。実際の太陽定数は太陽活動周期 (11年周期) に合わせて変動している。しかしながら、

その変動量は0.1%程度であり天体表面温度の導出の際には大きな影響を与えないため、本論文では太陽定数は一定であると仮定する。太陽定数を  $s_e$  とすると(3)式は以下ようになる。

$$s_e = \frac{E_s}{4\pi d^2} = \frac{r_s^2 \sigma T_s^4}{d^2} \quad (4)$$

(4)式の最後の項は(2)式を用いている。

全地球上に単位時間あたりに入射する太陽放射  $E_0$  [ $\text{J s}^{-1}$ ] は、地球を球体と考えると、

$$E_0 = s_e \pi r_e^2 \quad (5)$$

と表すことができる。ここで、 $r_e$  [m] は地球半径である。地球に入射した太陽放射は全て吸収されるわけではなく、氷や雲・雪などの惑星の地形などの構造によって一部は反射されて宇宙空間へ戻る。この反射率をアルベドという。アルベドを考慮すると、(5)式は以下ようになる。

$$E_0 = s_e \pi r_e^2 (1 - A) \quad (6)$$

アルベド  $A$  のとる値は  $0 \leq A \leq 1$  である。入射した太陽放射が全球一様に吸収されるとすると、地球全体の単位表面積あたりに吸収される平均放射フラックス  $E$  [ $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}$ ] は以下ようになる。

$$E = \frac{E_0}{4\pi r_e^2} = \frac{s_e(1-A)}{4} \quad (7)$$

ここまでの議論は地球大気が無いとした場合である。次に1次元・1層の大気を設定する。本論文で考える1次元・1層大気モデルの概念図を図1に示す。(7)式で表されるように太陽を起源とした入射フラックス  $E$  は、大気を通過する際に一部が吸収されて地表に到達する。この入射に対する大気の吸収率を  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) とおく。一方、地表面からは赤外放射が宇宙空間に向かって放射される。この地表面からの放射フラックス (赤外放射)  $E_e$  は、大気を通過する際に一部が吸収されて宇宙空間に放射される。この地表面からの放射に対する大気の吸収率を  $\beta$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ ) とおく。空間1次元のモデルであるため、入射・放射フラックスは共に、地表面、大気に対して垂直である、

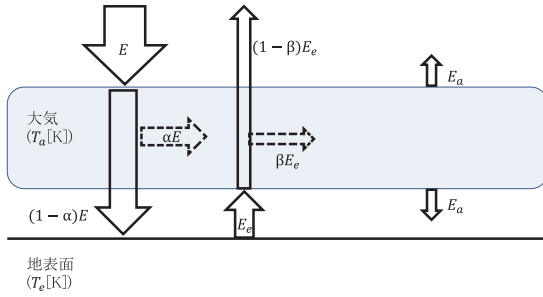


図1 1次元・1層大気モデルの概念図

と仮定している。

地表面からの放射フラックス（赤外放射）は地表面温度  $T_e$  [K] に対応して放出される。シュテファン・ボルツマンの法則より、放射フラックス  $E_e$  [ $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}$ ] は以下のように表すことができる。

$$E_e = \sigma T_e^4 \quad (8)$$

一方、大気からは、大気温度  $T_a$  [K] に対応して大気の上方向に放射  $E_a$  [ $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}$ ] される。

ここで、地表面における入射・放射フラックスの釣り合いを考えると、以下のように表すことができる。

$$(1 - a) E + E_a = E_e \quad (9)$$

また大気における入射・放射フラックスの釣り合いは、以下ようになる。

$$2E_a = aE + \beta E_e \quad (10)$$

(8)～(10)式を用いて、(7)式を整えると以下のようになる。

$$\frac{s_e(1-A)}{4} = \frac{\left(1 - \frac{\beta}{2}\right) \sigma T_e^4}{\left(1 - \frac{a}{2}\right)} \quad (11)$$

(11)式を地表面温度に対して変形すると以下のよう表すことができる。

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{s_e(1-A)\left(1 - \frac{a}{2}\right)}{4\sigma\left(1 - \frac{\beta}{2}\right)}} \quad (12)$$

ここで地球に限らず太陽系天体一般に拡張し

て、太陽と天体の距離を  $d_p$  [m] とおく。地球軌道上における単位時間、単位面積あたりの太陽放射エネルギー（太陽定数）を基準とすると、他の天体における太陽放射エネルギー  $s_p$  は以下のように示すことができる。

$$\frac{r_s^2 \sigma T_s^4}{d^2} : s_e = \frac{r_s^2 \sigma T_s^4}{d_p^2} : s_p \quad (13)$$

$s_p$  と太陽定数  $s_e$  に関して整理すると以下のようになる。

$$s_p = \left(\frac{d}{d_p}\right)^2 s_e \quad (14)$$

天体における表面温度  $T_p$  [K] も同様の手順で求めることができ、(14)式を用いると以下のよう表すことができる。

$$T_p = \sqrt[4]{\frac{d^2}{d_p^2} \cdot \frac{s_e(1-A)\left(1 - \frac{a}{2}\right)}{4\sigma\left(1 - \frac{\beta}{2}\right)}} \quad (15)$$

### 3. 計算方法

本論文の目的である、1次元・1層大気モデルを仮定した天体の表面温度の定性的な理解を補助する学習教材の開発、を実現するため前章で求めた(15)式を用いる。(15)式は、アルベド  $A$ 、太陽放射を起源とした入射に対する大気の吸収率  $a$ 、天体表面からの放射（赤外放射）に対する大気の吸収率  $\beta$ 、太陽と天体間の距離  $d_p$ 、の4つのパラメータに依存して天体の表面温度  $T_p$  が決定する、というものである（太陽と地球の距離  $d$ 、太陽定数  $s_e$ 、シュテファン・ボルツマン定数  $\sigma$  は定数である）。

図2に開発する教材の概念図を示す。学習教材使用者が4つのインプットパラメータをフリーパラメータとして設定すると、天体の表面温度がアウトプットパラメータとして出力される、という

教材を作成する。本学習教材は、(15)式の意味を理解していなくても、使用可能である。(15)式の中身を意識することなくフリーパラメータを自由に設定することによって、天体表面温度と4つのフリーパラメータの関係性を定性的に理解すること、を期待するものである。開発言語はProcessingを用いる。また、それぞれの定数は、 $d = 1.5 \times 10^{11}$  [m]、 $s_e = 1.37 \times 10^3$  [J s<sup>-1</sup> m<sup>-2</sup>]、 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$  [J s<sup>-1</sup> m<sup>-2</sup> K<sup>-4</sup>] としている。開発に際しては、太陽と天体間距離は天文単位で規格化している。



図2 計算方法の概念図

#### 4. 結果

図3にProcessingを用いて開発した学習教材の実行画面を示す。図3の①~④に、(15)式のインプットパラメータを入力する。それぞれ、①はアルベド $A$ の値 [%] ( $0 \leq A \leq 100$ )、②は太陽放射を起源とした入射に対する大気吸収率 $\alpha$ の値 [%] ( $0 \leq \alpha \leq 100$ )、③は天体表面からの放射(赤外放射)に対する大気吸収率 $\beta$ の値 [%] ( $0 \leq \beta \leq 100$ )、④は太陽と天体間の距離 $d_p$ の値 [AU] を入力する。

これら4つのパラメータを入力した後、⑥をクリックすることで、⑤にアウトプットパラメータである天体の表面温度 [°C] が出力される。天体の表面温度は一般的に馴染みがあると考えられるセルシウス温度で出力される。⑦をクリックすると計算結果をリセットする。⑧と⑨は、それぞれ太陽放射、赤外放射を矢印で示したものである。大気吸収率に応じて矢印の幅が変化する仕様になっている。⑩(画面下端領域)、⑪(2直線で区切っ

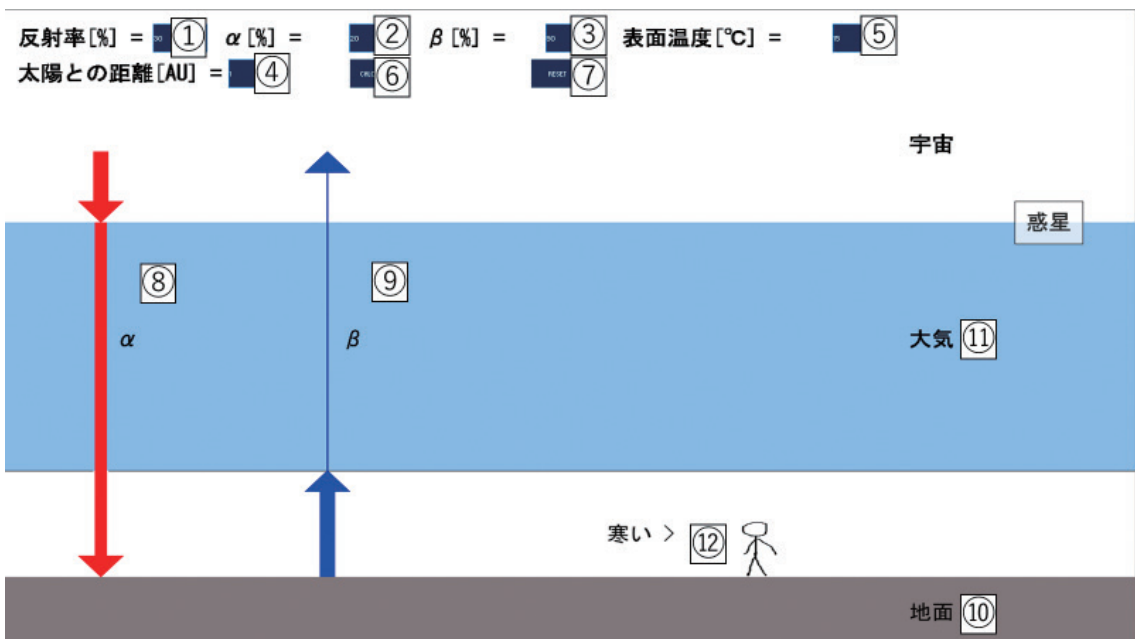


図3 学習教材の実行画面

た領域)は天体の表面と大気を示す。⑫は⑤で出力される天体の表面温度によって発言が変化するキャラクターである。発言内容は計算された天体の表面温度に対応して、0℃未満では「寒すぎた」、0℃以上18℃未満では「寒い」、18℃以上24℃未満では「快適」、24℃以上40℃未満では「暑い」、40℃以上では「暑すぎた」、と発言するようになっている。また不適切な入力パラメータを入力すると、再入力を促す例外処理も施している。

本学習教材の目的は、(15)式を理解していなくとも天体の表面温度と4つの入力パラメータの関係を定性的に理解する、ことである。⑧や⑨の仕様は、放射・大気の吸収率を矢印の向きや幅で視覚的に補助する役割を期待している。

## 5. まとめ、今後の課題

本論文では、1次元・1層大気を仮定した天体の表面温度の定性的な理解を補助する学習教材の開発を目的とした。用いた言語はProcessingであった。入力パラメータは、アルベド・太陽放射を起源とした入射に対する大気の吸収率・天体表面からの放射(赤外放射)に対する大気の

吸収率・太陽と天体間の距離、の4つであった。アウトプットパラメータは天体の表面温度であった。開発した教材は、単にパラメータを表示するのみならず、大気の吸収率の理解を助けるための視覚的な工夫(放射ベクトルの厚みを吸収率に依存して表示)も取り入れた。さらに求められた天体の表面温度に依存して「暑い、寒い」などが出力される仕組みも作成した。

この教材は、数式を理解していなくとも、天体の表面温度と4つのパラメータの関係を定性的に理解してもらうことに寄与すると考えている。

対象としては、環境学・地球科学・地球物理学学習者をはじめ、式展開を必ずしも必要としない文系出身者や広く一般に向けた学習教材としての役割も期待している。今後の課題として、作成した教材を用いた学習効果の検証、を実施する必要がある。

## 参考文献

- [1] D.J. ジェイコブ著, 近藤豊訳, 大気化学入門, 東京大学出版会, 2002

**Development of science learning aids: the surface temperature of planets and satellites**

**By Hiroyasu TADOKORO and Shohei KOMATSU**

**[Abstract]** This paper is mainly concerned with the surface temperature of planets and satellites. The purpose of the present study is to develop science learning aids regarding the surface temperature. We assume a spatially one dimensional model. We have developed the visual aids using Processing. We leave the examination of learning effectiveness of the developed learning aids as our future work.

**[Key words]** science learning aids, surface temperature, planets and satellites, albedo, absorption rate, Processing